

4節リンク機構における 入力・出力点の関係の数式化

SATテクノロジー・ショーケース2014

■ はじめに

リンク機構とは、リンクをピンまたはスライダによって結合された機構であり、運動形態を変えるのに用いられる。これより、4節リンク機構は、4本のリンクがピンのみによって環状に結合された機構である。どこリンクを固定するかで3種類の動きが作り出せるが、今回は、最短リンクと結合されているリンクの1つを固定した「てこクラック」機構を用いた。

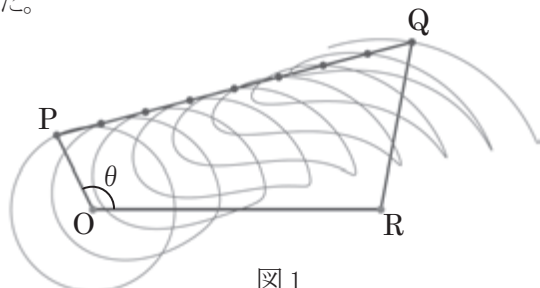


図1

上図のように4点O, P, Q, Rを設定すると、最短リンクはリンクOPとなるので、今回はリンクOPに隣接するリンクORを固定する。点Pを円運動させると、点Qは円弧の往復運動とすることから、点Pに入力した動きを、点Qが形を変えて出力したと考えられるので、点Pを入力点、点Qを出力点と名づける。また、点P, Qを結ぶリンク上にいくつか点を取り、図形を描かせた。私は、それらを「入力点で描いた図形が、どのような過程を通して出力点の描く図形に変換されたのか」を示す図形だと考えた。これを、「図形変換の過程」と呼ぶことにする。一貫したテーマは図形変換の過程を解析することだが、そのためにはまず、入力・出力点の関係を関数で表さなければならない。そこで今回の研究では、4節リンク機構における入力・出力点の関係の数式化を試みた。

■ 活動内容

1. 解析するための条件を設定する

図2のように、座標上に点O, Rを固定点、入力点を点P、出力点を点Q、 $\angle POR = \theta$ とおく。リンクの長さa, b, c, dは、グラスホフの定理が成り立つ必要がある。この定理は、4節リンク機構が3種類の動きを作りだすための条件であり、3つの不等式で表わされる。

2. 方程式を解く

図3のように、中心P、半径dの円C_Pと、中心R、半径cの円C_Rを連立方程式として解き、点Qの座標を関数で求

める。二次方程式を解くと、解の中に $\pm\sqrt{\quad}$ が存在する。今回は $y > 0$ の領域での点Qの動きを考えているので、図4のように、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のときは $+\sqrt{\quad}$ をとり、図5のように、 $180^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ のときは $-\sqrt{\quad}$ をとる。2つの数式を1つにまとめるために、「スイッチ係数」を導入した。

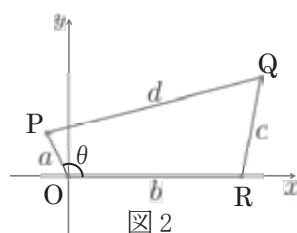


図2

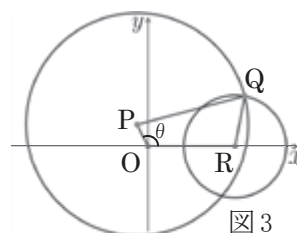


図3

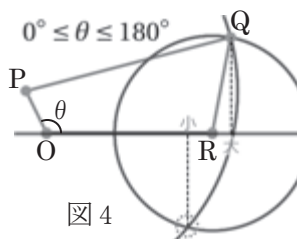


図4

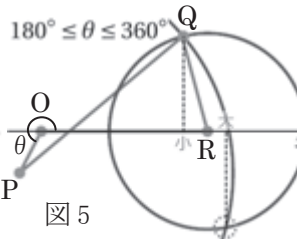


図5

3. 数式のグラフ化

関数グラフ作成ソフトGRAPESを用いて、先ほど求めた数式のグラフ化を行った。その結果、図6のように、点Qのx成分、y成分の動きや、点P, Qを1:1に内分する点が描く図形も描くことができた。

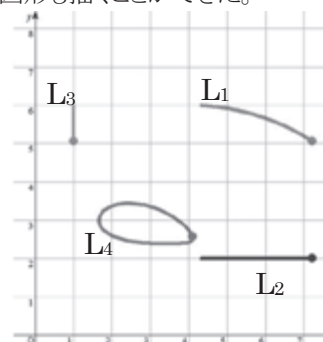


図6

L1: 点Qの図形

L2: 点Qのx成分

L3: 点Qのy成分

L4: 点P, Qを1:1に内分する点が描く図形

■ 作図に用いたソフトウェア

- ・「関数グラフソフト GRAPES」 友田勝久
- ・「Cinderella」 J.リヒター-ゲバート, U.H.コルテンカンブ

代表発表者 吉田 真也 (よしだ しんや)
所 属 茨城県立並木中等教育学校 4年次
問合せ先 〒305-0044 茨城県つくば市並木 4-5-1
TEL: 029-851-1346 FAX: 029-852-5030
shinya.pascal@gmail.com

■ キーワード: (1) リンク機構
(2) 変換幾何
(3) 図形変換の過程